

Algoritma Euklid

Pengantar

- Sebelumnya, $\gcd(a,b)$ ditentukan dng faktorisasi prima a dan b . Cara ini tdk efisien jika a, b besar karena faktorisasi prima perlu waktu yang lama untuk diselesaikan.
- Cara yang lebih efisien untuk mencari gcd adalah dengan *Algoritma Euklid*.

Algoritma Euklid

- Algoritma ini ditemukan dalam buku *Elements*, karangan Euklid, 300 BC.
- Knuth:
“The Euclidean algorithm] is the grand daddy of all algorithms, because it is the oldest nontrivial algorithm that has survived to the present day.”

Algoritma Euklid

Ilustrasi:

Jika kita ingin menentukan $\gcd(287, 91)$, kita membagi 287 (yang lebih besar) dengan 91 (yang lebih kecil) :

$$287 = 91 \cdot 3 + 14$$

$$\Rightarrow 287 - 91 \cdot 3 = 14$$

$$\Rightarrow 287 + 91 \cdot (-3) = 14$$

Kita tahu bahwa untuk bilangan bulat a , b dan c , **jika $a \mid b$, maka $a \mid bc$ untuk semua c bil. bulat.**

Oleh karena itu, sebarang pembagi dari 91 adalah juga pembagi dari $91 \cdot (-3)$.

Algoritma Euklid

$$287 + 91 \cdot (-3) = 14$$

Kita juga tahu bahwa untuk bilangan bulat a , b dan c , **jika $a \mid b$ dan $a \mid c$, maka $a \mid (b + c)$.**

Oleh karena itu, sebarang pembagi dari 287 dan 91 haruslah juga pembagi dari 14 [=287 + 91·(-3)].

Dengan demikian, gcd dari **287 dan 91** haruslah juga sama dengan gcd dari **91 dan 14**, sehingga bisa dituliskan:

$$\text{gcd}(287, 91) = \text{gcd}(91, 14).$$

Algoritma Euklid

Pada langkah berikutnya, kita bagi 91 dengan 14:

$$91 = 14 \cdot 6 + 7$$

Ini berarti bahwa $\gcd(91, 14) = \gcd(14, 7)$.

Sehingga kita bagi 14 dengan 7:

$$14 = 7 \cdot 2 + 0$$

Kita temukan bahwa $7 \mid 14$, sehingga $\gcd(14, 7) = 7$.

Oleh karena itu, $\gcd(287, 91) = 7$.

Algoritma Euklid: langkah-langkah

$$\gcd(287, 91) = \dots ?$$

$$287 = \underline{91} \cdot 3 + \underline{14} \quad \text{atau} \quad 287 + 91 \cdot (-3) = 14$$

$$\gcd(287, 91) = \gcd(91, 14)$$

$$91 = \underline{14} \cdot 6 + \underline{7} \quad \text{atau} \quad 91 + 14 \cdot (-6) = 7$$

$$\gcd(91, 14) = \gcd(14, 7)$$

$$14 = \underline{7} \cdot 2 + 0 \quad \text{atau} \quad 14 + 7 \cdot (-2) = 0$$

$$\gcd(14, 7) = 7$$

$$\text{Maka: } \gcd(287, 91) = \gcd(14, 7) = 7$$

Algoritma Euklid

Algoritma Euklid dapat dituliskan kedalam **pseudocode**, sebagai berikut:

```
procedure gcd(a, b: positive integers)
x := a
y := b
while y ≠ 0
  begin
    r := x mod y
    x := y
    y := r
  end {x adalah gcd(a, b) }
```


Mathematician of The Day



EUCLID (325 B.C.E. – 265 B.C.E.) Euclid was the author of the most successful mathematics book ever written, *The Elements*, which appeared in over 1000 different editions from ancient to modern times. Little is known about Euclid's life, other than that he taught at the famous academy at Alexandria in Egypt. Apparently, Euclid did not stress applications. When a student asked what he would get by learning geometry, Euclid explained that knowledge was worth acquiring for its own sake and told his servant to give the student a coin "because he must make a profit from what he learns."