



FAKULTAS ILMU KOMPUTER
UNIVERSITAS DIAN NUSWANTORO

MATEMATIKA DISKRIT

PERTEMUAN 9

- 1. REPRESENTASI GRAF*
- 2. GRAF ISOMORFIK*
- 3. GRAF PLANAR DAN GRAF BIDANG*

REPRESENTASI GRAF

1. Matriks Ketetangaan (*adjacency matrix*)

$$A = [a_{ij}],$$

1, jika simpul i dan j bertetangga

$$a_{ij} = \{$$

0, jika simpul i dan j tidak bertetangga

Contoh:

	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	0	1	1	0

(a)

	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	0
2	1	0	1	0	0
3	1	1	0	1	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0

(b)

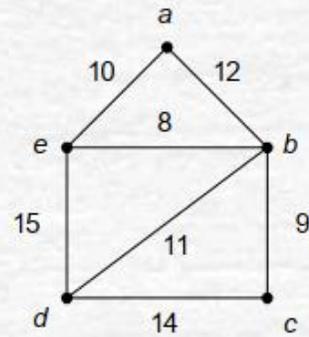
	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	1	0	1	1
3	1	0	0	0
4	0	1	1	0

(c)

	1	2	3	4
1	0	1	2	0
2	1	0	1	1
3	2	1	1	2
4	0	1	2	0

REPRESENTASI GRAF

Matriks berbobot, menyatakan bobot tiap sisi



	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	∞	12	∞	∞	10
<i>b</i>	12	∞	9	11	8
<i>c</i>	∞	9	∞	14	∞
<i>d</i>	∞	11	14	∞	15
<i>e</i>	10	8	∞	15	∞

REPRESENTASI GRAF

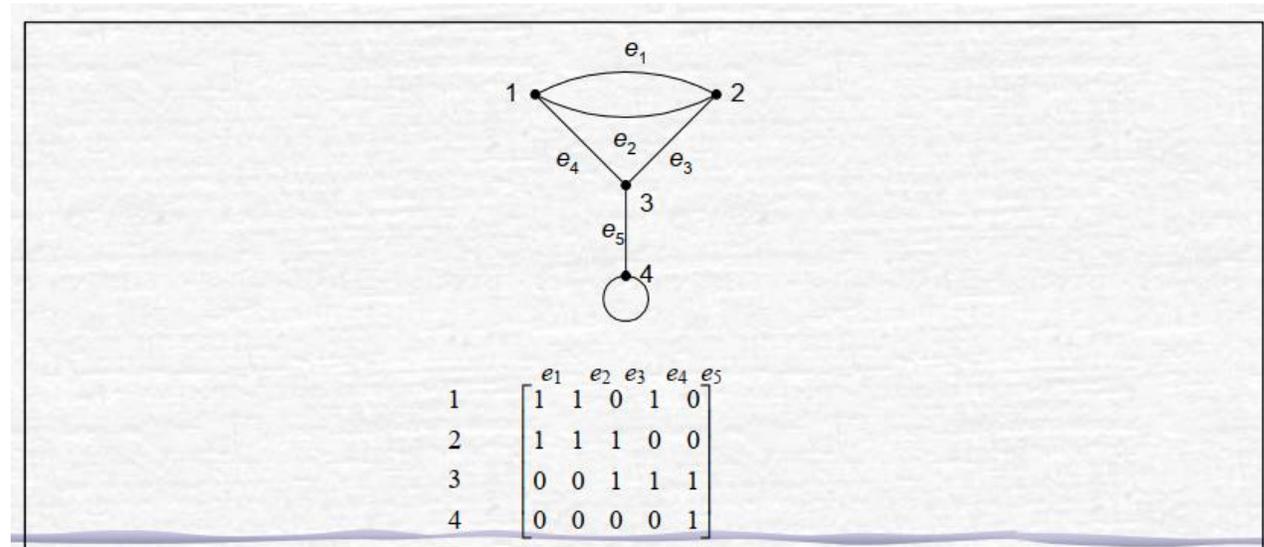
2. Matriks Bersisian (*incidency matrix*)

$$A = [a_{ij}],$$

1, jika simpul i bersisian dengan sisi j

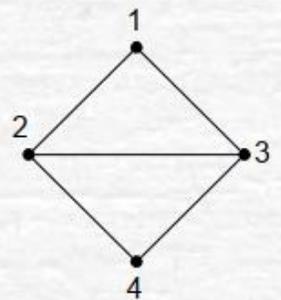
$$a_{ij} = \{$$

0, jika simpul i tidak bersisian dengan sisi j



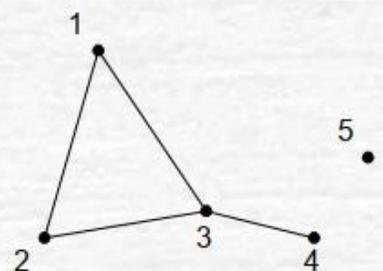
REPRESENTASI GRAF

3. Senarai Ketetanggaan (*adjacency list*)



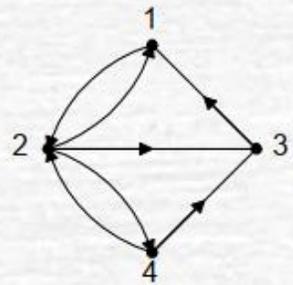
Simpul	Simpul Tetangga
1	2, 3
2	1, 3, 4
3	1, 2, 4
4	2, 3

(a)



Simpul	Simpul Tetangga
1	2, 3
2	1, 3
3	1, 2, 4
4	3
5	-

(b)



Simpul	Simpul Terminal
1	2
2	1, 3, 4
3	1
4	2, 3

(c)

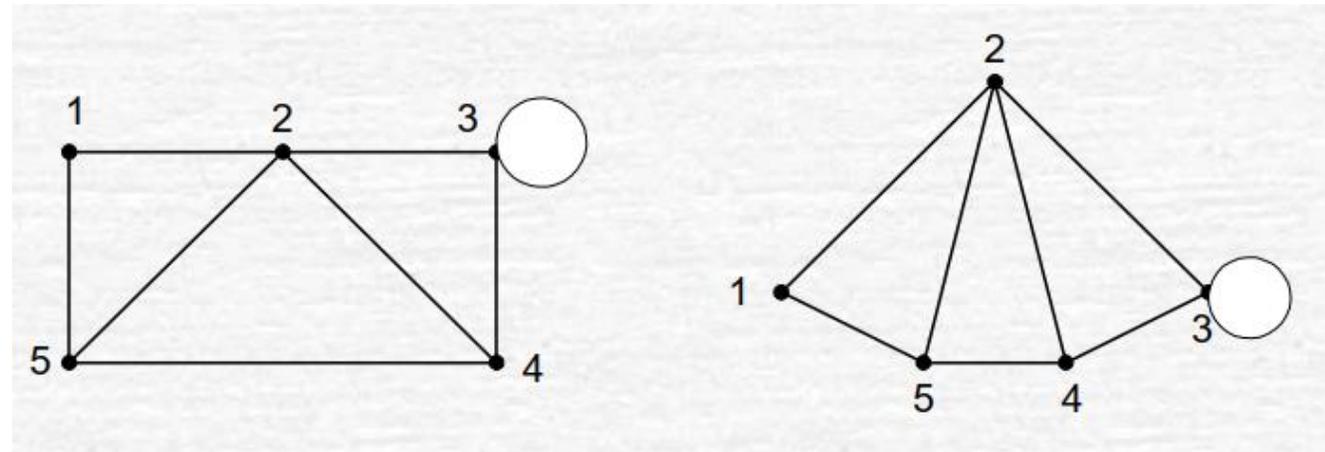
GRAF ISOMORFIK

Diketahui matriks ketetanggaan (adjacency matrices) dari sebuah graf tidak berarah. Gambarkan dua buah graf yang bersesuaian dengan matriks tersebut.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

REPRESENTASI GRAF

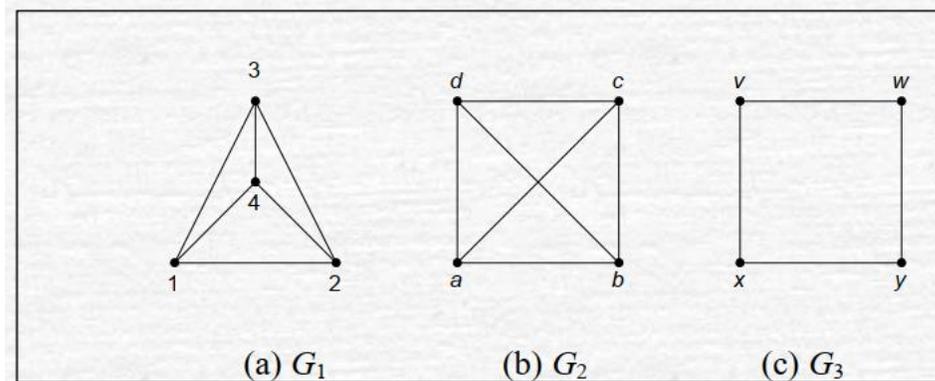
Jawaban :



Dua buah graf yang sama (hanya penggambaran secara geometri berbeda) → **isomorfik!**

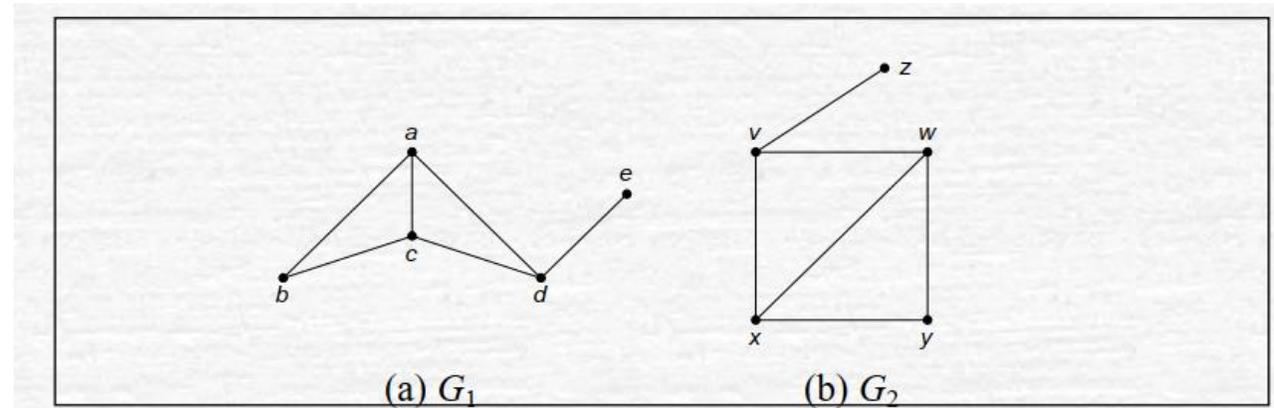
GRAF ISOMORFIK

- Dua buah graf yang sama tetapi secara geometri berbeda disebut graf yang saling **isomorfik**.
 - Dua buah graf, G_1 dan G_2 dikatakan isomorfik jika terdapat korespondensi satu-satu antara simpul-simpul keduanya dan antara sisi-sisi keduanya sedemikian sehingga hubungan kebersisian tetap terjaga.
 - Dengan kata lain, misalkan sisi e bersisian dengan simpul u dan v di G_1 , maka sisi e' yang berkoresponden di G_2 harus bersisian dengan simpul u' dan v' yang di G_2 .
 - Dua buah graf yang isomorfik adalah graf yang sama, kecuali penamaan simpul dan sisinya saja yang berbeda. Ini benar karena sebuah graf dapat digambarkan dalam banyak cara



G_1 isomorfik dengan G_2 , tetapi G_1 tidak isomorfik dengan G_3

GRAF ISOMORFIK

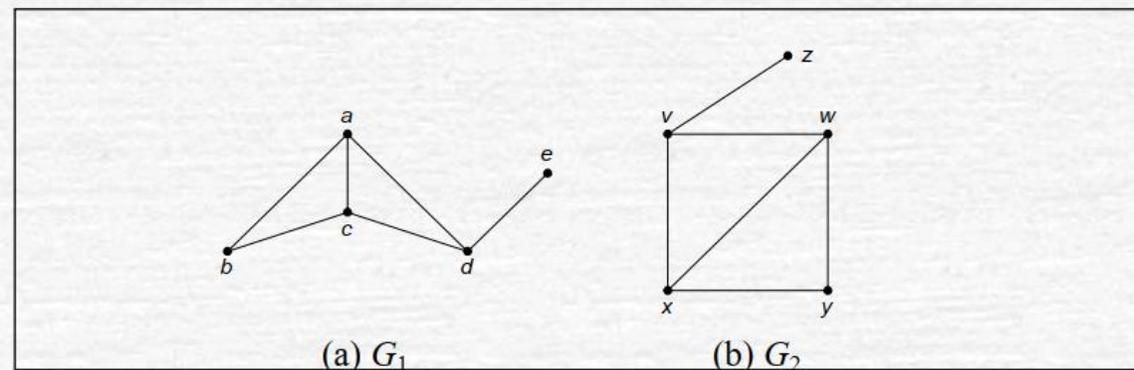


Graf (a) dan graf (b) isomorfik

$$A_{G_1} = \begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A_{G_2} = \begin{matrix} & x & y & w & v & z \\ \begin{matrix} x \\ y \\ w \\ v \\ z \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

GRAF ISOMORFIK



Graf (a) dan graf (b) isomorfik

$$A_{G_1} = \begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

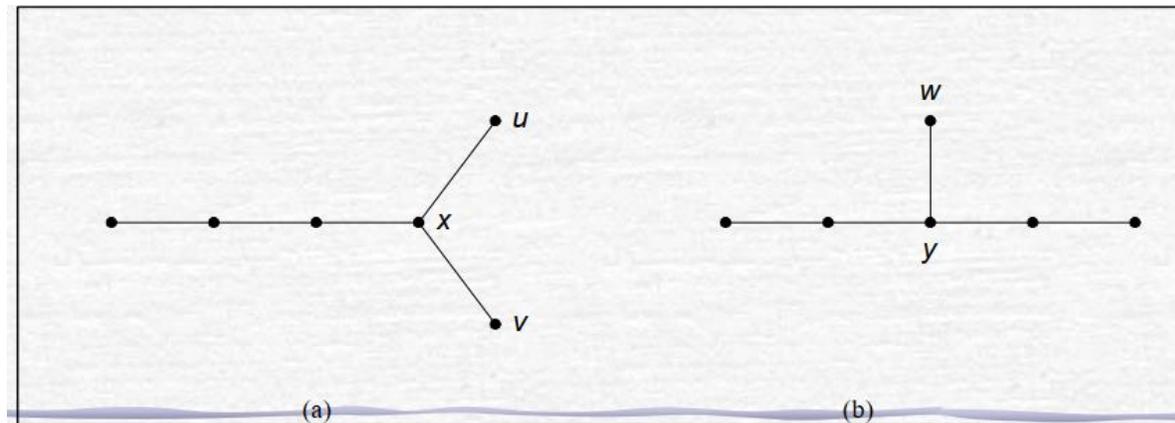
$$A_{G_2} = \begin{matrix} & x & y & w & v & z \\ \begin{matrix} x \\ y \\ w \\ v \\ z \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

GRAF ISOMORFIK

Dari definisi graf isomorfik dapat dikemukakan bahwa dua buah graf isomorfik memenuhi ketiga syarat berikut :

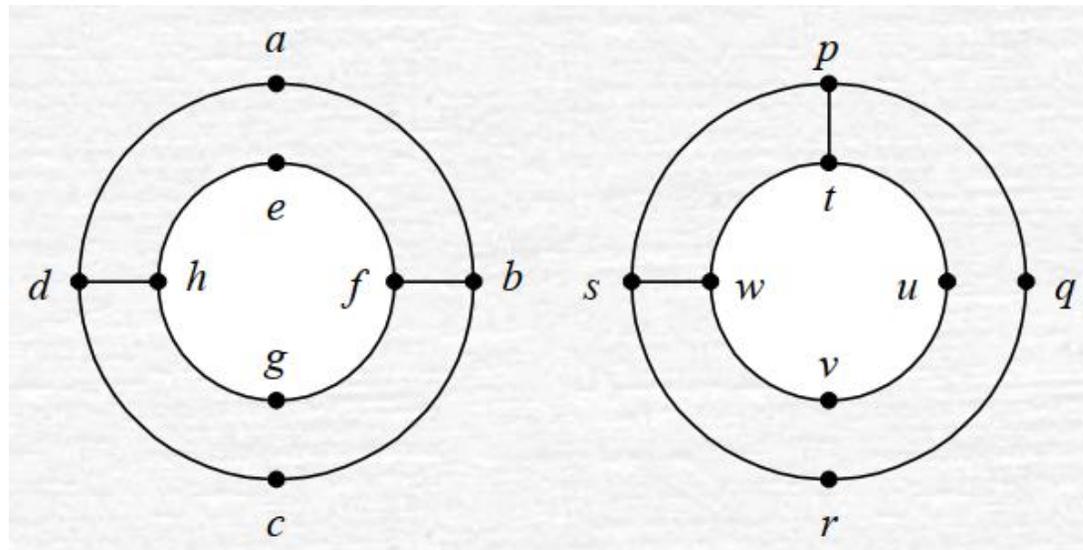
1. Mempunyai jumlah simpul yang sama.
2. Mempunyai jumlah sisi yang sama
3. Mempunyai jumlah simpul yang sama berderajat tertentu

Namun, ketiga syarat ini ternyata belum cukup menjamin. Pemeriksaan secara visual perlu dilakukan.



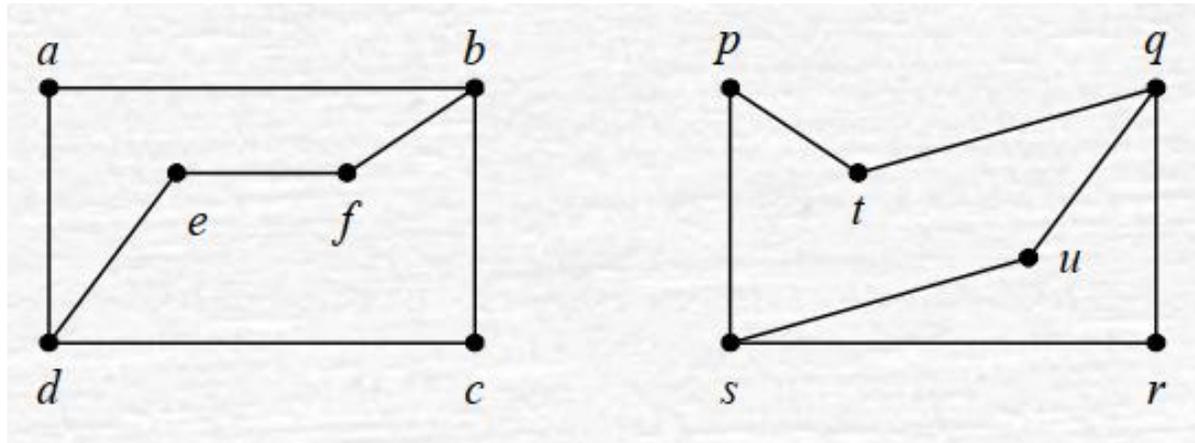
LATIHAN

1. Apakah pasangan graf di bawah ini isomorfik?



LATIHAN

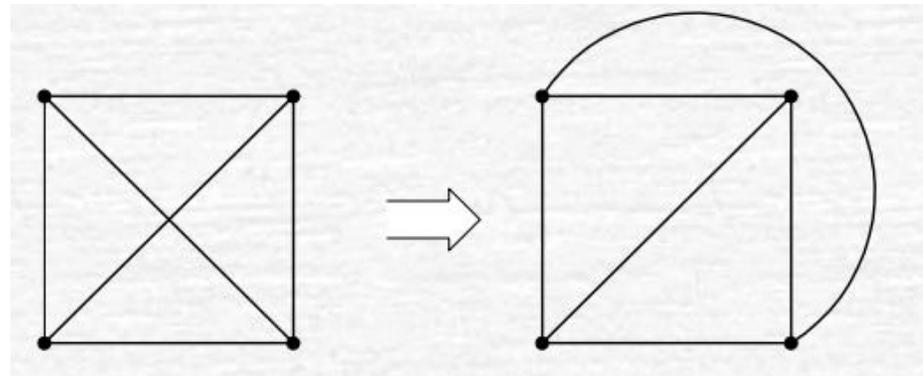
2. Apakah pasangan graf di bawah ini isomorfik?



3. Gambarkan 2 buah graf yang isomorfik dengan graf teratur berderajat 3 yang mempunyai 8 buah simpul

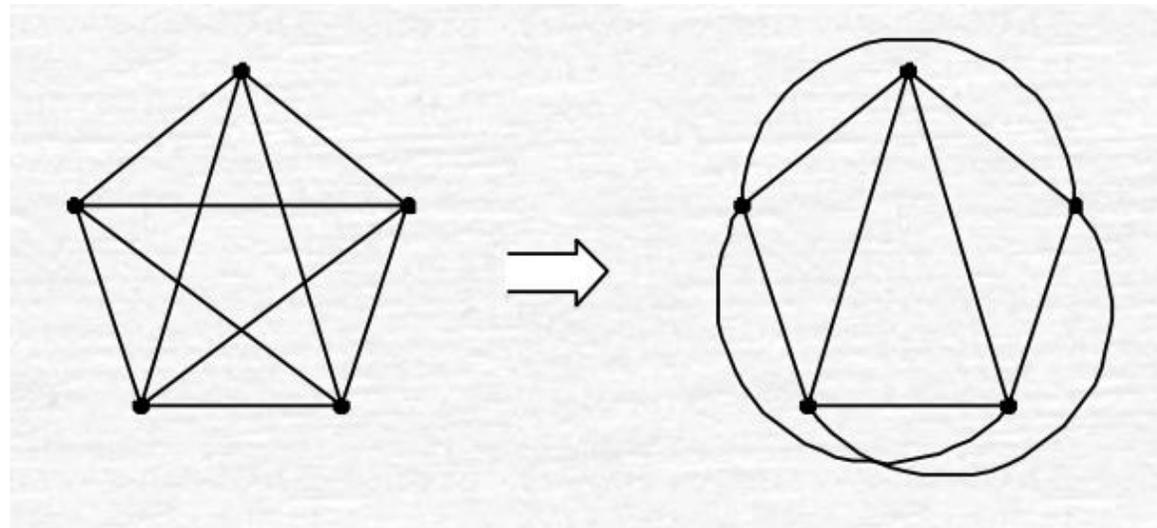
GRAF PLANAR DAN GRAF BIDANG

Graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisi tidak saling memotong (bersilangan) disebut **graf planar**, jika tidak, maka ia disebut **graf tak-planar**.
 K4 adalah graf planar:



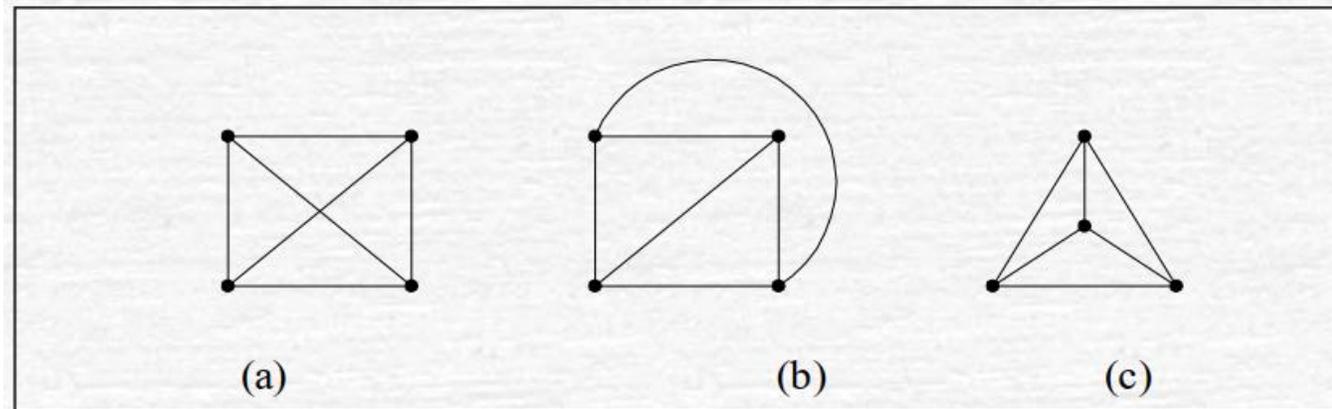
GRAF PLANAR DAN GRAF BIDANG

K5 adalah graf tidak planar:



GRAF BIDANG

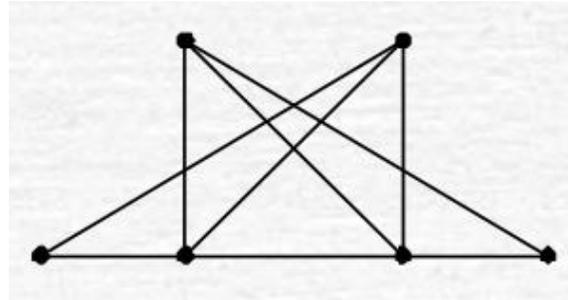
Graf planar yang digambarkan dengan sisi-sisi yang tidak saling berpotongan disebut **graf bidang** (*plane graph*).



Tiga buah graf planar. Graf (b) dan (c) adalah graf bidang

LATIHAN

Gambarkan graf di bawah ini sehingga tidak ada sisi-sisi yang berpotongan (menjadi graf bidang).



TERIMAKASIH