



FAKULTAS ILMU KOMPUTER
UNIVERSITAS DIAN NUSWANTORO

MATEMATIKA DISKRIT

PERTEMUAN 10

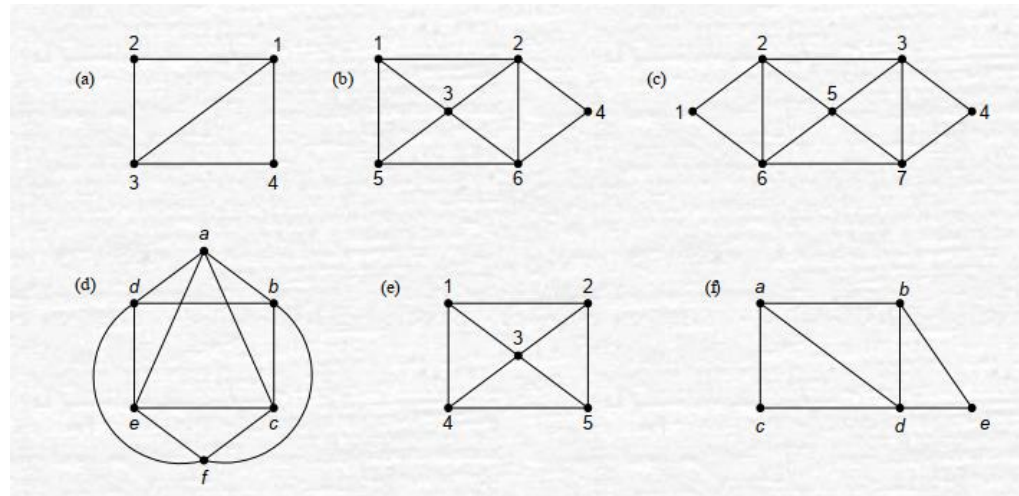
1. LINTASAN/SIRKUIT EULER
2. LINTASAN/SIRKUIT HAMILTON

LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

Lintasan Euler ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali.

- Sirkuit Euler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali..
- Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut **graf Euler** (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf **semi-Euler** (*semi-Eulerian graph*).

LINTASAN DAN SIRKUIT EULER



Lintasan Euler pada graf (a) : 3, 1, 2, 3, 4, 1

Lintasan Euler pada graf (b) : 1, 2, 4, 6, 2, 3, 6, 5, 1, 3

Sirkuit Euler pada graf (c) : 1, 2, 3, 4, 7, 3, 5, 7, 6, 5, 2, 6, 1

Sirkuit Euler pada graf (d) : a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a

Graf (e) dan (f) tidak mempunyai lintasan maupun sirkuit Euler

LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

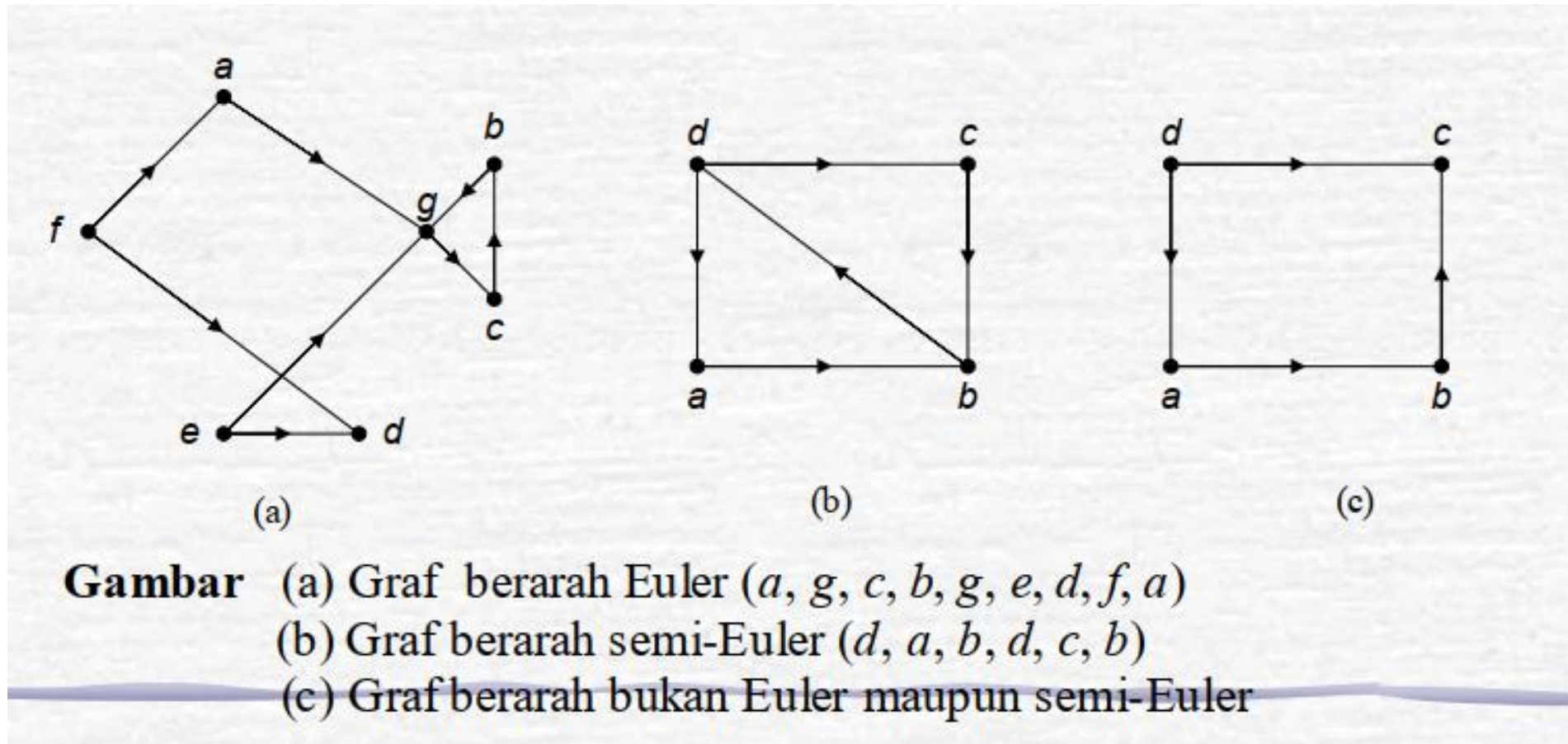
- **TEOREMA.** Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler jika (graf semi-Euler) dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.
- **TEOREMA.** Graf tidak berarah G adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika setiap simpul berderajat genap.

LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

TEOREMA. (a) Graf berarah G memiliki sirkuit Euler jika dan hanya jika G terhubung dan setiap simpul memiliki derajat-masuk dan derajat-keluar sama.

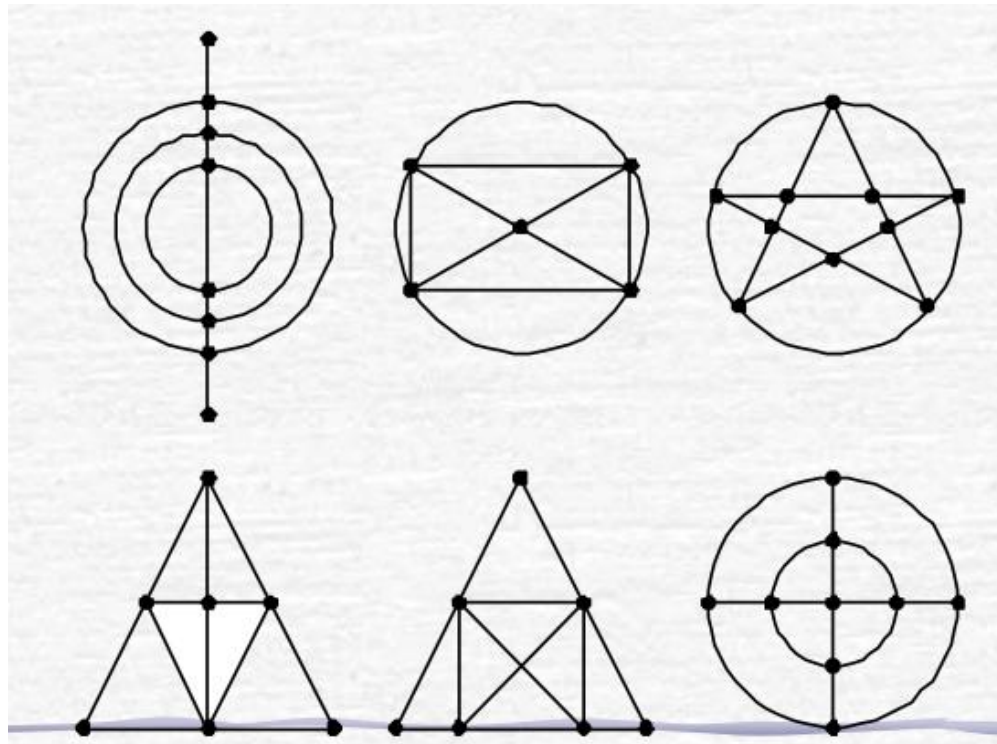
(b) G memiliki lintasan Euler jika dan hanya jika G terhubung dan setiap simpul memiliki derajat-masuk dan derajat-keluar sama kecuali dua simpul, yang pertama memiliki derajat-keluar satu lebih besar derajat-masuk, dan yang kedua memiliki derajat-masuk satu lebih besar dari derajat-keluar.

LINTASAN DAN SIRKUIT EULER



LATIHAN SOAL

- Manakah di antara graf di bawah ini yang dapat dilukis tanpa mengangkat pensil sekalipun?

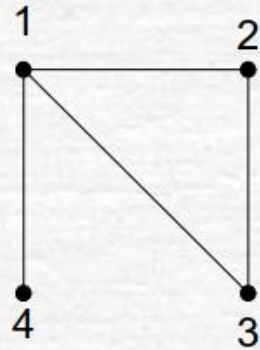


LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON

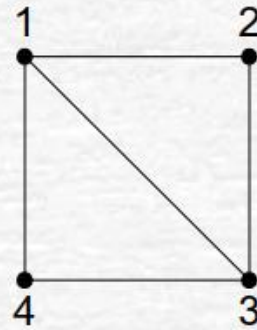
Lintasan Hamilton ialah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali.

- **Sirkuit Hamilton** ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali.
- Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan **graf Hamilton**, sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut **graf semi-Hamilton**.

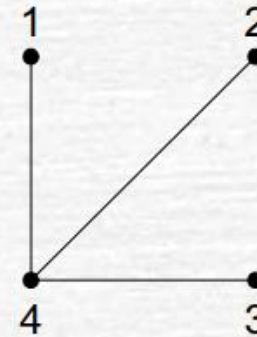
LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON



(a)



(b)



(c)

- (a) graf yang memiliki lintasan Hamilton (misal: 3, 2, 1, 4)
- (b) graf yang memiliki lintasan Hamilton (1, 2, 3, 4, 1)
- (c) graf yang tidak memiliki lintasan maupun sirkuit Hamilton

LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON

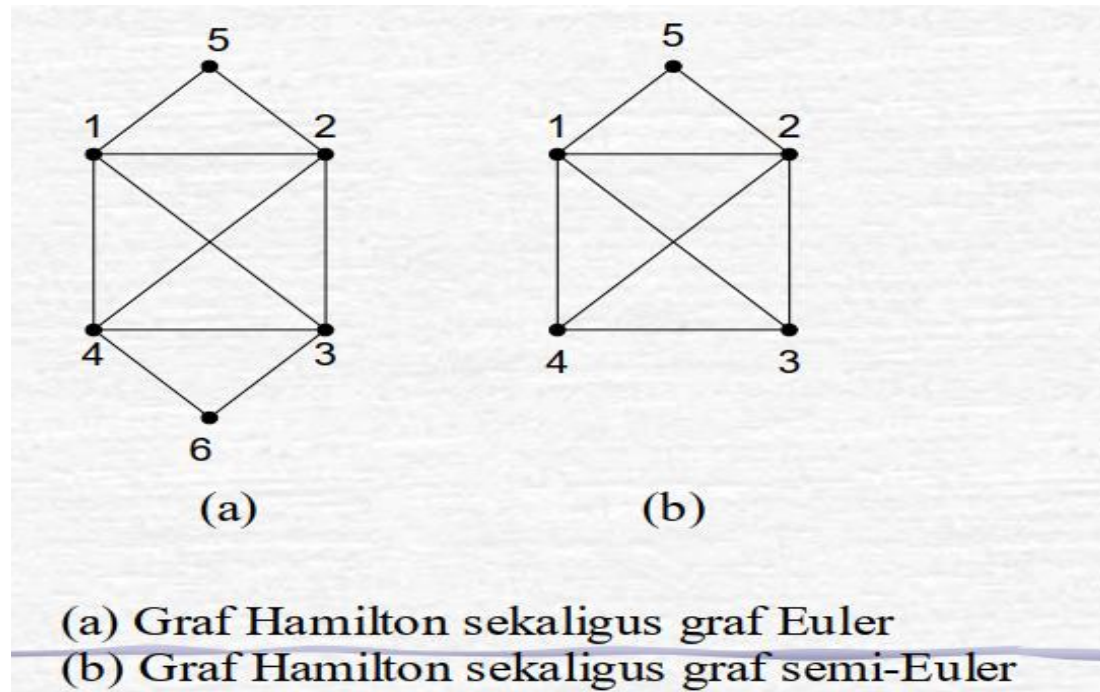
- **TEOREMA.** graf sederhana G dengan $n (\geq 3)$ buah simpul adalah graf Hamilton ialah bila derajat tiap simpul paling sedikit $n/2$ (yaitu, $d(v) \geq n/2$ untuk setiap simpul v di G).

TEOREMA. Setiap graf lengkap adalah graf Hamilton.

TEOREMA. Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$), terdapat $(n - 1)!/2$ buah sirkuit Hamilton.

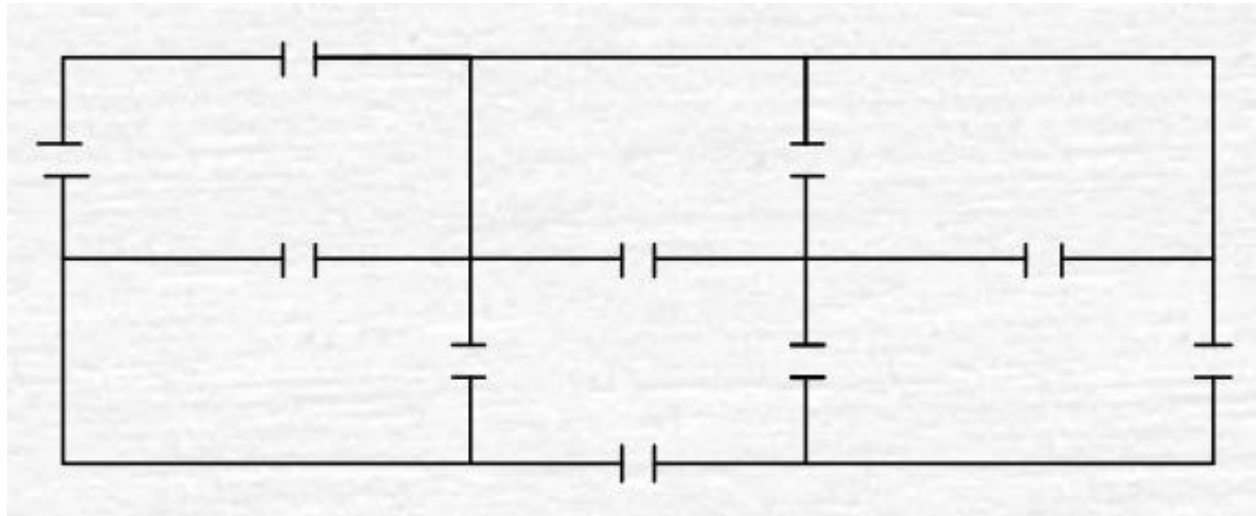
LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON

- Beberapa graf dapat mengandung sirkuit Euler dan sirkuit Hamilton sekaligus, mengandung sirkuit Euler tetapi tidak mengandung sirkuit Hamilton, dan sebagainya..
-



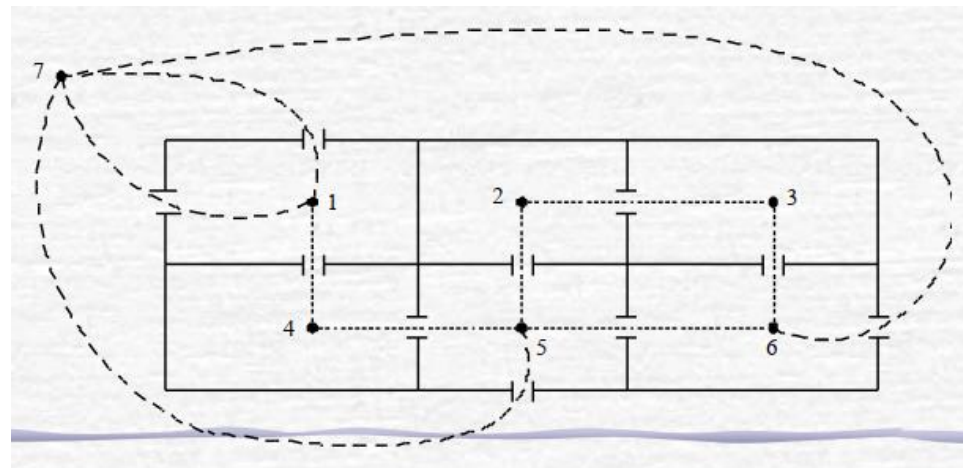
LATIHAN SOAL

Gambar di bawah ini adalah denah lantai dasar sebuah gedung. Apakah dimungkinkan berjalan melalui setiap pintu di lantai itu hanya satu kali saja jika kita boleh mulai memasuki pintu yang mana saja?



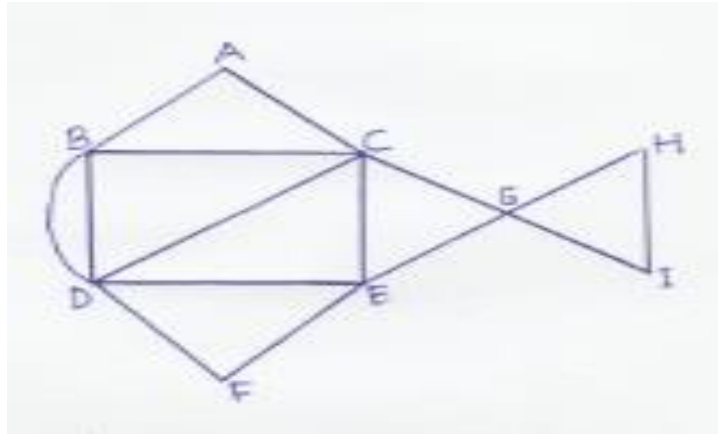
JAWABAN

1. Nyatakan ruangan sebagai simpul dan pintu antar ruangan sebagai sisi.
 2. Setiap pintu hanya boleh dilewati sekali (tidak harus kembali ke titik asal) → melewati sisi tepat sekali → lintasan Euler
 3. Di dalam graf tersebut ada 2 simpul berderajat ganjil (simpul 1 dan 6), selebihnya genap → pasti ada lintasan Euler
- Kesimpulan: setiap pintu dapat dilewati sekali saja

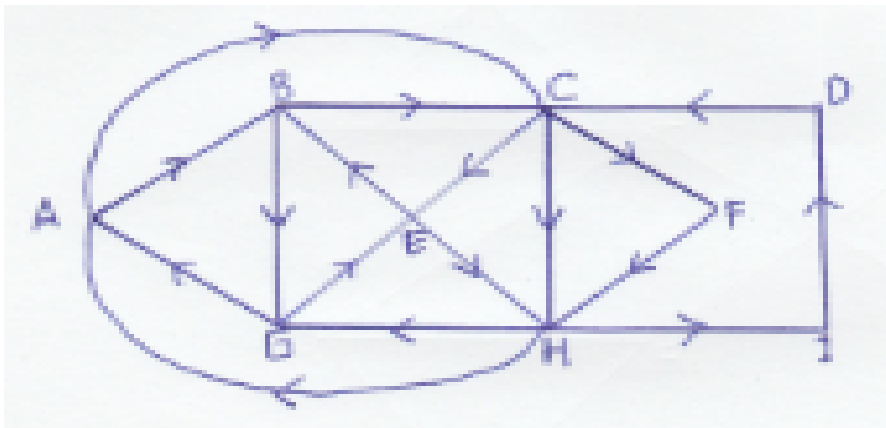


Latihan soal (Tentukan Lintasan/sirkuit euler dan Hamilton pada gambar di bawah

1.

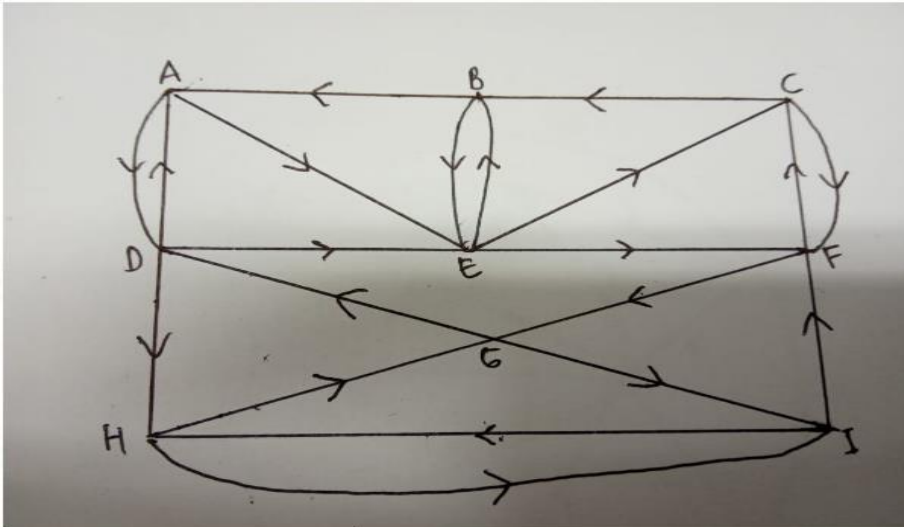


2.

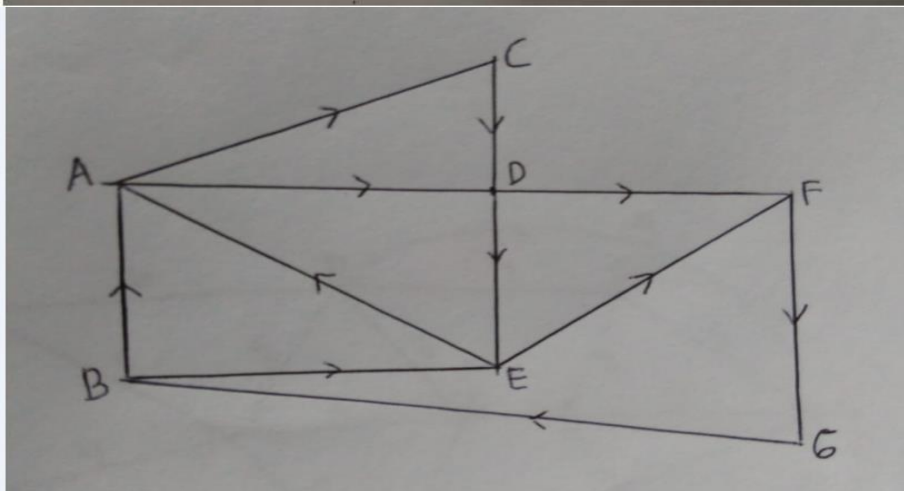


Latihan soal (Tentukan Lintasan/sirkuit euler dan Hamilton pada gambar di bawah

3.



4.



TERIMA KASIH