

Gabungan Relasi Menggunakan Matriks



gabungan antar relasi menggunakan matrix

Gabungan antar relasi menggunakan matriks adalah salah satu cara dalam matematika diskrit untuk merepresentasikan dan mengoperasikan relasi antar himpunan. Kalau kamu familiar dengan **relasi** dalam bentuk pasangan terurut (misalnya: $(a, b) \in R$), kita bisa representasikan relasi tersebut dalam bentuk **matriks biner**.

◆ Penjelasan Dasar

Misalnya kita punya dua relasi:

- Relasi R dari himpunan A ke B
- Relasi S dari himpunan A ke B

Gabungan dari relasi $R \cup S$ adalah relasi yang mengandung semua pasangan yang ada di R **atau** S (atau keduanya).

Jika R dan S direpresentasikan sebagai matriks biner M_R dan M_S , maka:

$$M_{R \cup S} = M_R \vee M_S$$

Di mana:

- \vee adalah **logika OR** atau **max secara elemen**.

◆ Contoh

Misalkan himpunan $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{a, b\}$, dan:

- $R = \{(1, a), (2, b)\}$
- $S = \{(1, b), (2, a)\}$

Maka matriks M_R dan M_S adalah:

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Gabungan $R \cup S$:

$$M_{R \cup S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

◆ Catatan

- Operasi gabungan ini **hanya berlaku jika ukuran matriks sama**.
- Matriks gabungan akan memiliki elemen 1 jika elemen di posisi yang sama di salah satu atau kedua matriks adalah 1.

Kalau kamu mau, aku bisa bantu juga dengan gabungan komposisi, irisan, atau lainnya. Atau kamu mau aku bantuin ngerjain soal spesifik?



maksud saya "komposisi"

Ahh oke! Jadi kamu maksudnya **komposisi antar relasi** menggunakan **matriks** — bukan gabungan. Sip, yuk kita bahas! 🔄

◆ Apa itu Komposisi Relasi?

Misalnya kita punya:

- Relasi $R \subseteq A \times B$
- Relasi $S \subseteq B \times C$

Maka **komposisi** $R \circ S \subseteq A \times C$ adalah:

$$R \circ S = \{(a, c) \mid \exists b \in B \text{ sehingga } (a, b) \in R \text{ dan } (b, c) \in S\}$$

◆ Komposisi Relasi dalam Matriks

Jika:

- M_R adalah matriks biner dari relasi R ukuran $m \times n$
- M_S adalah matriks biner dari relasi S ukuran $n \times p$

Maka:

$$M_{R \circ S} = M_R \cdot M_S$$

Namun, ini **bukan perkalian biasa**, tapi pakai **operasi logika**:

- Perkalian = **AND** (\wedge)
- Penjumlahan = **OR** (\vee)

◆ Jadi:

$$(M_{R \circ S})[i][j] = \bigvee_{k=1}^n (M_R[i][k] \wedge M_S[k][j])$$

◆ Contoh

Misalnya:

Relasi R (A → B):

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ukuran } 2 \times 2)$$

Relasi S (B → C):

$$M_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ukuran } 2 \times 2)$$

Hitung $M_{R \circ S}$:

Ukuran hasilnya: 2×2

Baris 1, Kolom 1:

$$(1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) = 0 \vee 0 = 0$$

Baris 1, Kolom 2:

$$(1 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0) = 1 \vee 0 = 1$$

Baris 2, Kolom 1:

$$(1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) = 0 \vee 1 = 1$$

Baris 2, Kolom 2:

$$(1 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) = 1 \vee 0 = 1$$

◆ Hasil:

$$M_{R \circ S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Kalau kamu punya contoh relasi yang mau dihitung, atau mau aku bantuin ngerjain soalnya pakai cara ini, kirim aja ya! Mau pakai notasi matriks, atau langsung relasi pasangan terurut juga bisa.



apa alasan dibalik rumus tersebut

Pertanyaan keren banget! 🔍 Yuk kita bahas **alasan logis di balik rumus komposisi relasi pakai matriks** — biar bukan cuma hafal, tapi *ngerti sampai akar-akarnya* 😊

◆ Tujuan Komposisi Relasi

Kita mau cari tahu:

Apakah ada hubungan dari **elemen di A ke elemen di C**, melalui **B**.

Misalnya kamu punya:

- $R : A \rightarrow B$
- $S : B \rightarrow C$

Kalau $a \in A, b \in B, c \in C$, maka:

$$(a, c) \in R \circ S \quad \text{jika ada } b \text{ yang membuat } (a, b) \in R \text{ dan } (b, c) \in S$$

◆ Translasi ke Matriks

Matriks biner cuma menyatakan **ada atau tidaknya** hubungan:

- $M_R[i][k] = 1$ artinya a_i berelasi dengan b_k
- $M_S[k][j] = 1$ artinya b_k berelasi dengan c_j

Untuk mengecek apakah a_i bisa menuju c_j , kita periksa **semua kemungkinan jalur lewat b_k** :

$$M_{R \circ S}[i][j] = \bigvee_k (M_R[i][k] \wedge M_S[k][j])$$

◆ Kenapa pakai AND (\wedge) dan OR (\vee)?

- \wedge (AND): kita **hanya anggap relasi terjadi** kalau **keduanya** ada:
 - dari $a_i \rightarrow b_k$ **dan** $b_k \rightarrow c_j$
- \vee (OR): kita **hanya butuh satu jalur saja** lewat **satu b** untuk menyatakan bahwa $a_i \rightarrow c_j$ itu valid.

Bayangin kayak jalur transportasi:

Kamu bisa pergi dari kota A ke kota C **jika ada kota B yang kamu bisa transit di sana**. Maka kamu periksa semua kota B — cukup ada satu yang cocok, berarti kamu bisa ke C.

◆ Bonus: Hubungan dengan Aljabar Matriks

Di aljabar biasa:

$$C[i][j] = \sum_k A[i][k] \cdot B[k][j]$$

Di logika biner:

$$C[i][j] = \bigvee_k (A[i][k] \wedge B[k][j])$$

Jadi, rumus ini seperti **versi logika** dari perkalian matriks biasa!

Mau aku bantu visualisasi atau analogi lain? Atau pengen contoh pakai himpunan asli?

Do you like this personality